

О ВЛИЯНИИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО РАЗМЕРА ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ПОГРЕШНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ

*Иван Сергеевич Кружилов (ассистент, e-mail: BearSubj13@yandex.ru)
Московский Энергетический Институт (технический университет)*

Аннотация

В статье исследуется влияние размеров проекции точечного источника света на погрешность определения координат ее центра при проецировании на фоточувствительную матрицу. С помощью имитационного моделирования построены зависимости погрешности определения координат от величины радиуса рассеяния проекции для различных положений источника света относительно приемной структуры. Проанализированы характеристики работы двух алгоритмов определения координат: методом максимального правдоподобия и методом «центр тяжести». Сделаны выводы об оптимальном отношении радиуса рассеяния к размеру элементарного фотоприемника для достижения наименьшей погрешности координат.

Ключевые слова: погрешность определения координат точечного источника света, астронавигация.

Введение

Определение координат точечного источника света (ТИС) является одной из основных задач при определении положения объекта в пространстве. Для анализа положения светового источника широко используются фоточувствительные приемники матричной структуры, например, матрицы пространственно-зарядной связи (ПЗС).

Рассматриваемая задача имеет важное прикладное значение. Если в качестве ТИС рассматривать звезды, то полученные результаты могут быть использованы для совершенствования оптико-электронных приборов звездной ориентации космических аппаратов [1]. Повышение точности определения положения звезд на каждом кадре позволит уменьшить общее время, требуемое для ориентации спутника в пространстве.

Проблема определения координат центра точечного источника света важна также и для фундаментальных исследований в астрономии. Работа [2] посвящена методам определения положения звезд, используемым при обработке информации, полученной с современных телескопов, в том числе и Хаббловского. В работе описаны методы линейной и нелинейной фильтрации, применяемые для устранения шумов, оценки мощности сигнала, и даны конкретные рекомендации по их численной реализации. Оценку положения центра проекции предлагается осуществлять методом «центр тяжести». Другой подход, предложенный Михелом (K. J. Mighell) в упомянутой работе, заключается в одновременной оценке всех параметров звездной проекции с помощью решения системы уравнения в частных производных и поиска оптимального решения нелинейным методом наименьших квадратов Левенберга-Маркара.

В работе [3] произведена оценка погрешности для метода центра тяжести для определения координат центра проекции ТИС при наличии неравномерного фона и было произведено ее сравнение с неравенством Рао-Крамера. Кроме того, в данной статье построены зависимости погрешности опреде-

ления координат от отношения сигнал/шум и размера скользящего окна.

В нашей стране данной проблематикой занимаются в СПбГУ ИТМО, что отражено в работах [4] и [5]. Авторами работы [4] предлагалось определять центр светового пятна с помощью сравнения реального сигнала с идеальным. В качестве модели идеального сигнала рассматривалась кривая Гаусса и квадрат Фурье-образа от апертуры. В работе [6] также предлагается определять центр изображения с помощью корреляционных методов и использовать в качестве эталонной гауссовскую функцию рассеяния. Для описания накопления заряда на матрице была принята пуассоновская модель. В качестве прикладного применения решаемой задачи указывается разработка методов топпривязки оптической системы по тестовым объектам.

Пуассоновская модель поведения индуцируемого на пикселях матрицы заряда использовалась в значительно более ранних работах. Так, в статье [7] автором была выведена функция правдоподобия для оценки координат центра проекции точечного источника света, энергетическая плотность которой распределена по закону Гаусса. В работе [8] приведена численная модификация метода максимального правдоподобия, предложенного в [7], позволяющая найти точку максимума функции правдоподобия за меньшее количество итераций. К сожалению, автор статьи [7] ограничился в исследовании метода лишь оценкой Рао-Крамера, а результаты экспериментальных данных, приведенные в [8], трудно оценить, так как автор не написал, при каких характеристиках (размер пикселя, изображения, мощность сигнала и помех) было проведено моделирование.

Свет ТИС после прохождения через оптическую систему проецируется на плоскость анализа размытым пятном. Размеры и форма проекции зависят от оптической системы. Ошибка в определении координаты светового источника зависит от характеристик матрицы, параметров проецируемого изображения и от используемого алгоритма определения координат. На точность определения координат ока-

зывают основное влияние следующие параметры проекции светового сигнала: мощность сигнала, функция распределения энергии сигнала, размер проекции изображения, время накопления сигнала, положение источника света относительно приемной структуры и интенсивность помех.

В работе [7] было показано, что при гауссовской форме сигнала наименьшая погрешность определения координат центра проекции ТИС достигается при значении радиуса рассеяния сигнала (РРС) порядка 0,6 размера элементарного фотоприемника (именуемого далее также пикселем или элементом дискретизации). При таких значениях РРС площадь проекции, на которую приходится большая часть мощности источника, составляет 1,5-2 площади элемента дискретизации. В работе [8] высказано другое предположение – наибольшая точность в определении координат достигается при размерах проекции, немного превышающих размеры пикселя.

Упомянутые предположения означают, что существует такой оптимальный радиус проекции, для которого дисперсия определения координат будет минимальной, а любое уменьшение или увеличение размеров этого радиуса приводит к увеличению погрешности. Из этого следует, что усилия, направленные на дальнейшее совершенствование оптических систем, с целью уменьшения размеров проекции изображения, не приведут к улучшению характеристик распознавания.

При получении оценки в работе [7] были сделаны сильные допущения, а именно:

1. Использовалось свойство асимптотической эффективности оценки максимального правдоподобия (МП), что, однако, не верно для случая, когда радиус рассеяния мал и вся проекция размещается на одном или нескольких пикселях.
2. При получении нижней границы дисперсии погрешности определения координаты предполагалось, что другая координата известна. Это предположение неверно, так как поиск минимума функции правдоподобия осуществляется последовательным приближением по всем координатам.

Кроме того, зависимость погрешности определения координат от размера проекции была построена лишь для одного и весьма частного случая положения сигнала относительно приемной структуры. Указанные допущения не дают основания полагать, что реальные характеристики алгоритмов определения координат будут вести себя таким же образом, как и оценка, приведенная в [1].

Задача работы состоит в проверке гипотезы существования оптимального размера проекции. Для проверки этой гипотезы и нахождения оптимальных размеров РРС относительно размеров элемента дискретизации было проведено имитационное моделирование.

Методика и результаты моделирования

Модель основана на предположении, что чувствительная матрица представляет собой совокупность прилегающих друг к другу пикселей без зазоров между ними. Геометрически плоскости матрицы соответствует область проекции изображения G (рис. 1). Область G разбита на прилегающие друг к другу непересекающиеся подобласти g_{ij} прямоугольной формы, соответствующие пикселям матрицы.

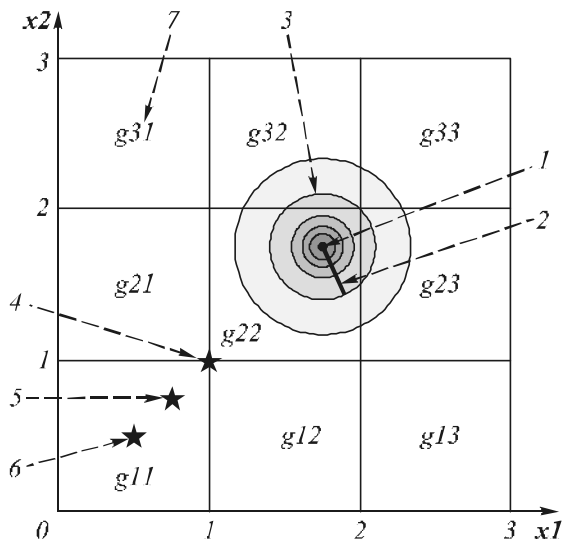


Рис. 1. Область проекции изображения G :

- 1 – центр проекции ТИС x_0 , 2 – радиус рассеяния r , 3 – линии уровня мощности сигнала, 4, 5, 6 – положения центра проекции относительно приемной структуры, использовавшиеся при моделировании, 7 – подобласть g области G , соответствующая элементарному фотоприемнику

Энергия, накопленная каждым пикселем, измеряется количеством электронов, преобразуемых для цифровой обработки в кванты аналого-цифрового преобразователя (АЦП).

Модель построена исходя из предположения, что количество квантов АЦП с каждого элементарного фотоприемника (i, j) есть случайная величина N_{ij} . В [10] показано, что поведение этой величины может быть описано распределением Пуассона. То есть $N_{ij} \sim Po(L_{ij}t)$, где L_{ij} – интенсивность светового потока, падающего на пиксель (i, j) , значение которой определяется выражением:

$$L_{i,j} = \int_{g_{ij}} L(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1)$$

В выражении (1) $L(\mathbf{x}) = LI(\mathbf{x}) + I_0$ – двумерная пространственная функция распределения интенсивности падающего на фотоприемник светового потока, $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ – координаты на приемной матрице, I_0 – интенсивность помех¹ на единицу площади, а $LI(\mathbf{x})$ – плотность энергии светового потока от полезного сигнала, равная

¹ Под помехами подразумеваются как собственные шумы матрицы, так и засветка от посторонних объектов.

$$LI = \int_G LI(x) dx = const, \quad (1)$$

$$LI(x) = LI \cdot f(x - x_0). \quad (2)$$

В выражении (2) функция $f(x)$ определяет пространственный характер распределения мощности энергии сигнала на проекции, $x_0 = (x_{01}, x_{02})$ координаты проекции ТИС при прохождении лучей через идеальную оптическую систему. В модели предполагается, что мощность падающего на область G света от источника LI не зависит от положения ТИС.

При прохождении света через оптическую систему в случае небольшого отклонения лучей от оптической оси пространственная плотность распределения энергии падающего сигнала с высокой степенью точности описывается нормальной кривой Гаусса. Поэтому в модели для исследования был принят следующий вид функции $f(x)$:

$$f(x) = f(x_1, x_2) = \frac{\exp(-(x_1^2 + x_2^2)/2r^2)}{2\pi r^2}, \quad (3)$$

где r – радиус рассеяния проекции.

Конечно, использование гауссоиды в качестве эталонной функции оправдано не всегда, поскольку в зависимости от свойств оптической системы плотность распределения энергии может в значительной степени отличаться от нормальной.

Однако для сложных оптических систем и случая некогерентного света плотность проекции ТИС будет иметь колоколообразную форму. Это обусловлено отчасти тем, что согласно центральной предельной теореме, сумма множества случайных слагаемых (к которым, с некоторой оговоркой, можно отнести отклонения луча от законов геометрической оптики на каждом этапе оптической системы) ведет себя как нормально распределенная случайная величина. Кроме того, если свет некогерентен, то дифракционные минимумы и максимумы лучей с различной длиной волны будут накладываться друг на друга, что, опять же, приведет к смазыванию классической дифракционной картины. Именно такой случай наблюдается в приборах звездной ориентации, где используется оптическая система, состоящая более чем из 10 линз, а звезды излучают свет в достаточно широком спектре.

Задача определения координат центра проекции ТИС заключается в следующем - требуется по совокупности данных N оценить параметр x_0 , считая параметры I_0 и LI известными.

При имитации накопления зарядов для каждого пикселя матрицы вычислялась, согласно (1), интенсивность падающего на него светового потока L_{ij} . На этапе каждого вычислительного эксперимента для заданного времени накопления сигнала t генерировалась случайная реализация матрицы N . На основании каждой генерации матрицы N производилась оценка координаты центра проекции x_0 .

После проведения серий экспериментов полученные значения оценок сравнивались с истинным

значением центра проекции x_0 , использованным при генерации матрицы N . По результатам этих сравнений вычислялись статистические характеристики поведения ошибки определения координат.

При моделировании область G предполагалась состоящей из 225 подобластей g_{ij} , что соответствует матрице размерности 15×15 . Размер пикселя по горизонтали и вертикали считается одинаковым и принят за единицу измерений. Поскольку основная мощность сигнала сосредоточена в круге радиусом $3r$ (рис. 1), то для определения координат центра проекции используется подобласть анализа размером $2 \cdot kr + 1$. Радиус области анализа kr равен в используемых алгоритмах трем. За центр подобласти анализа (рис. 2) в обоих методах принимается пиксель (i_0, j_0) , имеющий максимальное значение заряда N_{i_0, j_0} .

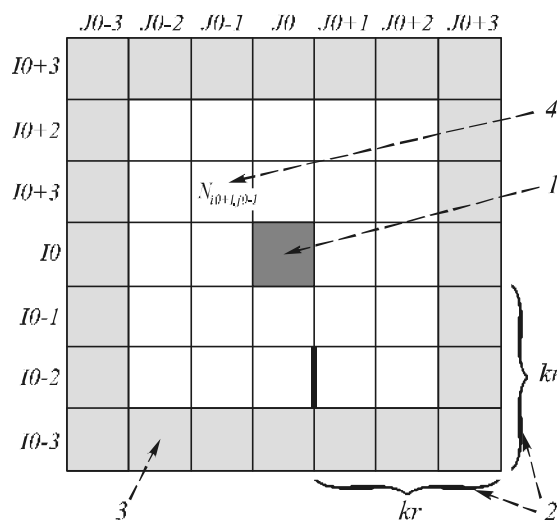


Рис. 2. Область анализа изображения.
1 – центр области анализа, 2 – радиус области анализа kr ,
3 – граница области анализа,
4 – случайное значение заряда на пикселе

Для определения координат используются методы максимального правдоподобия (ММП) и «центр тяжести» (ЦТ). Оба алгоритма представляют собой два принципиально разных подхода к определению координат – алгоритм ММП предполагает априорное знание о форме и мощности сигнала и помех, а ЦТ не требует никакой дополнительной информации.

Используемая в работе оценка ММП основана на вычислении максимума функции правдоподобия. Как показано в [7], для совокупности данных N плотности энергии (3) при оценке параметра x_0 логарифм функции правдоподобия равен:

$$P(N / x_0) = \sum_{i=i_0-kr}^{i_0+kr} \sum_{j=j_0-kr}^{j_0+kr} \left[-t \int_{g_{ij}} L(x) dx + N_{i,j} \ln \left(t \int_{g_{ij}} L(x) dx \right) - \ln(N_{i,j}!) \right]. \quad (4)$$

В правой части (4) не видна явная зависимость от $x\theta$, но необходимо помнить, что согласно (2), функция $L(x)$ зависит от оцениваемого параметра. За оценку $x\theta$ принимается то значение, при котором функция (4) достигает своего максимума (рис. 3).

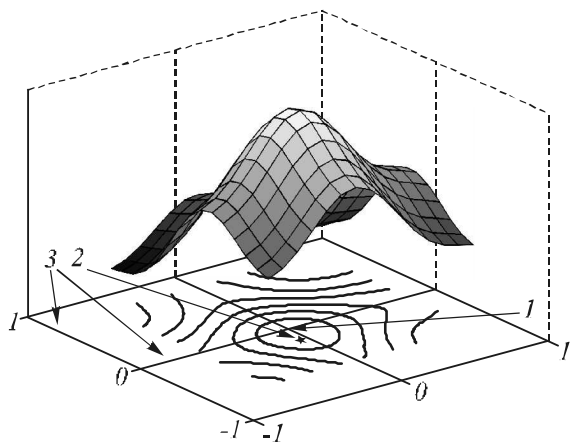


Рис. 3. Реализация функции правдоподобия. Центр проекции находится в точке соприкосновения пикселей: 1 – истинное положение центра проекции, 2 – оценка ММП положения центра проекции, 3 – граница области пикселя

При оценке координат методом ЦТ использовалась оценка фона, принимаемая равной среднему значению зарядов пикселей, находящихся на границе подобласти анализа (рис. 2). Величины заряда N уменьшаются на величину оценки фона. Для оценки координат используются значения N , превысившие заданный порог и соприкасающиеся сторонами или углами. Если в случайной реализации N все значения оказываются меньше заданного порога, то такая реализация не используется для оценки координат. Оценка координат методом ЦТ осуществляется на основании выражений, приведенных в [2].

При моделировании были приняты следующие значения параметров $L1 = 100$ квантов АЦП/с, $l0 = 20$ квантов АЦП/пиксель-с. Время накопления $t = 20$ мс. Такие значения сигнала и шумов соответствуют случаю проекции звезды блеском 5 – 6 m на фоне собственных шумов матрицы.

В работе были исследованы характеристики алгоритмов для радиуса r , варьировавшегося от 0,2 до 0,8 размера элемента дискретизации с шагом 0,1. Были рассмотрены три различных случая положения центра проекции (рис. 1): в центре пикселя – точка 6, в точке соприкосновения пикселей – точка 4, и в точке, находящейся посередине отрезка между двумя предыдущими – точка 5. Первые два положения проекции относительно приемной структуры соответствуют, как было показано в [9], случаю максимального и минимального отношения сигнал/шум. Наиболее информативным, с точки зрения поведения характеристик алгоритмов в среднем, является случай положения центра, соответствующий точке 5.

Согласно [2] оценка дисперсии погрешности определения координат центра проекции $x\theta$ методом МП составляет:

$$D_{x\theta} = \left\{ \frac{Ll^2 t}{l0} \sum_{i,j} \left[\int_{gij} \frac{df(x - x\theta)}{dx\theta} dx \right]^2 \right\}^{-1}. \quad (5)$$

Результаты моделирования представлены на рис. 4, 5, 6, где изображены графики зависимости среднеквадратичного отклонения (СКО) определения координат центра проекции (в % от размера пикселя) от относительных размеров r . Графики построены для трех характеристик: ошибки ММП, ошибки метода ЦТ и оценки (5). Графики построены на основании статистических данных, полученных в результате генерации не менее чем 3000 экспериментов (по каждой точке), что гарантирует ошибку в определении СКО, не превышающую 1%.

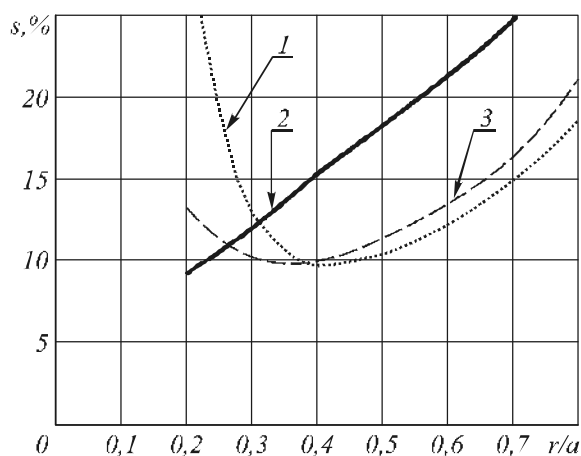


Рис. 4. Зависимость СКО определения координат от величины радиуса рассеяния. 1 – СКО координат, полученных ММП, 2 – СКО координат, полученных методом ЦТ, 3 – оценка СКО координат, основанная на неравенстве Рао-Крамера

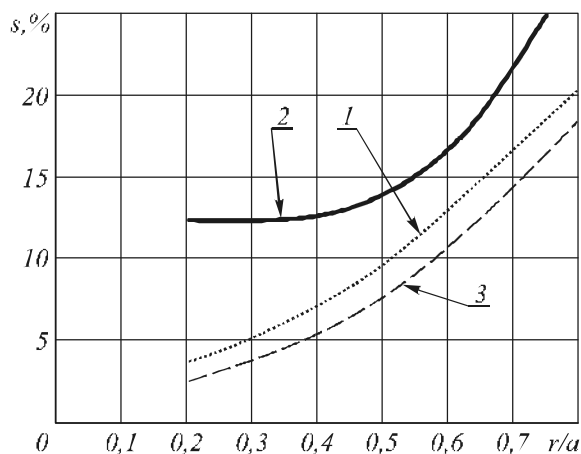


Рис. 5. Зависимость СКО определения координат от величины радиуса рассеяния: 1 – СКО координат полученных ММП, 2 – СКО координат полученных методом ЦТ, 3 – оценка СКО координат, основанная на неравенстве Рао-Крамера

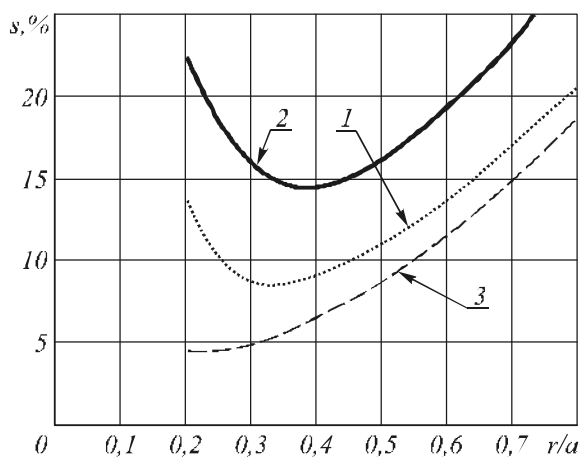


Рис. 6. Зависимость СКО определения координат от величины радиуса рассеяния:

1 – СКО координат полученных ММП, 2 – СКО координат полученных методом ЦТ, 3 – оценка СКО координат, основанная на неравенстве Рао-Крамера

Результаты проведенных экспериментов позволяют сделать следующие выводы. Как видно из графиков, на зависимость ошибки определения координат от РРС проекции заметное влияние оказывает как положение центра проекции, так и используемый для определения координат алгоритм. В общем случае, оценка МП, как и следовало ожидать, обладает меньшей погрешностью, нежели оценка методом ЦТ.

Исключение составляет вырожденный случай, когда центр проекции совпадает с центром элементарного фотоприемника (рис. 4). При малом радиусе проекции алгоритм ЦТ всегда будет вычислять координаты проекции, совпадающие с координатами центра пикселя, в какую бы часть его области они не попали. Когда координата проекции совпадает с центром пикселя, то погрешность определения координат стремится к нулю (кривая 2 на рис. 4), при уменьшении РРС. Однако стоит отметить, что характеристики алгоритма «центр тяжести» в значительной степени зависят от выбора порога обнаружения. Так, аппроксимация графика зависимости СКО от РРС показывает, что при уменьшении радиуса СКО будет стремиться не к 0, а к некой положительной константе (около 9% в рассматриваемом случае). Эта ошибка обусловлена тем, что иногда заряды пикселей, индуцируемые шумовой составляющей, превосходят порог обнаружения.

В остальных случаях погрешность определения координат методом ЦТ превышает ММП в среднем почти вдвое.

В среднем, минимум дисперсии достигается при отношении РРС к размеру пикселя 0,3 – 0,4. Однако при приближении центра проекции к центру элементарного фотоприемника точка минимума для графика (кривая 2 на рис. 1) ошибки ЦТ постепенно смещается к нулю, и U-образная кривая вырождается в прямую. При расположении центра проекции вблизи точки соприкосновения пикселей (рис. 5) также не наблюдается экстремума функции, и по-

грешность обоих методов монотонно возрастает при увеличении РРС.

Оценка ошибки ММП, предложенная в [7], меньше ошибки ММП на 10-15% при $r > 0,4$ и может на этом полуинтервале использоваться для оценок погрешности. Для малых РРС величина нижней границы заметно отличается от погрешности ММП, а характер ее поведения не соответствует реальным характеристикам алгоритма. Столь заметная разница между теоретическими и реальными характеристиками алгоритма при малых РРС объясняется фактами, упомянутыми в начале данной статьи.

СКО метода ЦТ составляет в среднем $20 \pm 5\%$. Это значение соответствует приведенной в [9] оценке, утверждающей, что СКО метода ЦТ приближенно равно размеру пикселя, деленному на отношение сигнал/шум.

Заключение

Согласно полученным результатам оптимальный размер радиуса рассеяния для определения координат центра проекции ТИС составляет 0,3 – 0,35 от размеров элементарного фотоприемника, что почти вдвое меньше оценки, данной в работе [1].

На основании полученных результатов моделирования можно сделать вывод, что уменьшение радиуса рассеяния проекции ТИС в полтора-два раза, по сравнению с используемым в современных оптико-электронных приборах звездной ориентации, позволит уменьшить погрешность определения координат центра проекции звезд на 15-20%. Для работающих в реальном времени приборов звездной ориентации уменьшение погрешности определения координат позволит уменьшить время определения положения спутника в пространстве за счет сокращения затрат на селекцию помех типа «светящаяся частица» и получению более точных значений о межзвездных углах.

Литература

1. Федосеев В.И. Оптико-электронные приборы ориентации и навигации космических аппаратов / В.И. Федосеев, М.П. Колосов – М.: Логос, 2007. – 247 с.
2. Mighell, K.J. Algorithms for CCD Stellar Photometry. 1999, in ASP Conf. Ser., Vol. 172, Astronomical Data Analysis Software and Systems VIII, (San Francisco: ASP), 317.
3. Hongli, Chena, Changhui, Rao. Accuracy analysis on centroid estimation algorithm limited by photon noise for point object. // Optics Communications. – 15 April 2009. – Vol. 282, Issue 8. – P. 1526-1530.
4. Стороженко, А.И., Толстолюба, Н.Д. Измерение координат энергетических пятен рассеяния на матричном приемнике – Международный оптический конгресс "Оптика-XXI век", 2002.
5. Таюрский, В.А. Статистический анализ помех изображения, получаемого с матрицы ПЗС-элементов. – V Всероссийская межвузовская конференция молодых ученых, 2008.
6. Весельев, А.В., Сиваев, П.В., Фигаро, В.А. Погрешности привязки визирной оси оптического локатора к внешней системе координат. – Сборник тезисов док-

- ладов X Республиканской научной конференции студентов и аспирантов высших учебных заведений Республики Беларусь, 2005.
7. **Федосеев, В.И.** Анализ оптических сигналов матричными фотоприемниками / В.И. Федосеев // Известия высших учебных заведений «Приборостроение». – 1984. – Т. XXVII, № 7. – С. 70-78.
 8. **Чусляева, И.А.** Алгоритм оптимального определения координат центра изображения для измерительного оптико-электронного прибора с матричным фотоприемником. // Изв. ВУЗов СССР. Приборостроение. – 1991. – № 3. – С. 82-87.
 9. **Аванесов, Г.А.** Алгоритмы определения ориентации космического аппарата по бортовым астроизмерениям / Г.А. Аванесов, Я.Л. Зиман, В.А. Красиков, Н.И. Снеткова, В.Г. Собчук, А.А. Форш // Известия ВУЗов. Приборостроение. – 2003. – Т. 46, № 4. – С. 31-37.
 10. **Федосеев, В.И.** О пуассоновской модели сигналов в оптико-электронных приборах / В.И. Федосеев // Известия ВУЗов. Приборостроение. – 1984. – Т. XXVII, № 4. – С. 49-53.
- References**
1. **Fedoseev V.I.** Optoelectronic device of orientation and navigation / V.I. Fedoseev, M.P. Kolosov // Moscow, Logos, 2007. – 247 p. – (in Russian).
 2. **Mighell, K.J.** Algorithms for CCD Stellar Photometry. 1999, in ASP Conf. Ser., Vol. 172, Astronomical Data Analysis Software and Systems VIII, (San Francisco: ASP), 317.
 3. **Hongli Chena, Changhui Rao.** Accuracy analysis on centroid estimation algorithm limited by photon noise for point object. // Optics Communications. – 15 April 2009. – Vol. 282, Issue 8. – P. 1526-1530.
 4. **Storozhenko A.I., Tolstoba N.D.** The measurement of coordinates of disperse spot centers on CCD-matrix receiver – International optical congress “Optic-XXI century”, 2002. – (in Russian).
 5. **Tayurskiy V.A.** Statistical analysis on CCD-matrix image data – V Russian Conference of Young Scientists, 2008. – (in Russian)
 6. **Veseliy A.V., Sivaev P.V.** Error of optical radars observing line to outer coordinate system – Collected papers of X Byelorussian national conference of postgraduate students, 2005. – (in Russian).
 7. **Fedoseev V.I.** Analysis of optical signal in matrix photodetector / V.I. Fedoseev // Priborostroenie. – 1984. – V. XXVII, N 7. – p. 70-78. – ISSN 0021-3454. – (in Russian)
 8. **Chusliaeva I.A.** An algorithm for the optimal determination of the image center coordinates for an optoelectronic measuring instrument with a matrix photodetector / I.A. Chusliaeva // Priborostroenie. – 1991. – V. 34, N 3. – P. 82-87. – ISSN 0021-3454. – (in Russian).
 9. **Avanesov G.A.** Definition Algorithms of a Space Vehicle Orientation According to Airborne Astronomical Measurements / G.A. Avanesov, J.L. Ziman, V.A. Krasikov // Priborostroenie. – 2003. – V. 46, N 4. – P. 31-37. – ISSN 0021-3454. – (in Russian).
 10. **Fedoseev V.I.** About Poisson model of signals in optoelectronic devices / V.I. Fedoseev // Priborostroenie. – 1984. – V. XXVII, N 4. – P. 49-53. – ISSN 0021-3454. – (in Russian).

OPTIMAL PICTURE SIZE FOR THE PURPOSE OF MINIMAL DETECTION ERROR OF COORDINATE

*Ivan Sergeevitsch Kruzhirov (assistant professor, e-mail: BearSubj13@yandex.ru)
Moscow Power Engineering Institute (technical university)*

Abstract

In this article it is examined the influence between the projection size of the point light source and the detection error of coordinate centre when projecting on the light-sensitive matrix. With the help of simulation it is formed the dependence of detection error of coordinate from magnitude of dispersion radius projection in case of different position of light source relative to the receiver. Analyzed operating characteristic of two delimitation of coordinate algorithms: using the method of maximal verisimilitude and using the centroid method. It is find of the ratio between the dispersion radius and size of receiver in the case of minimal error.

Key words: point light source, detection error of coordinate, astronavigation.

В редакцию поступила 10.03.2009г.